

§ 9. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ $y = kx$

При рассмотрении линейных функций $y = kx + m$ особо выделяют случай, когда $m = 0$; тогда линейная функция принимает вид $y = kx$.

Теорема 3. Графиком линейной функции $y = kx$ является прямая, проходящая через начало координат.

Доказательство. Осуществим его в два этапа.

1. $y = kx$ — частный случай линейной функции, а графиком линейной функции является прямая (по теореме 2, см. с. 49); обозначим её через l .

2. Пара $x = 0$, $y = 0$ удовлетворяет уравнению $y = kx$, а потому точка $(0; 0)$ принадлежит графику уравнения $y = kx$, т. е. прямой l .

Следовательно, прямая l проходит через начало координат. Теорема доказана.

Надо уметь переходить не только от аналитической модели $y = kx$ к геометрической, но и от геометрической модели к аналитической. Рассмотрим, например, прямую на координатной плоскости xOy , изображённую на рисунке 46. Она является графиком линейной функции $y = kx$, нужно лишь найти значение коэффициента k . Так как $k = \frac{y}{x}$, то достаточно взять любую точку на прямой и найти отношение ординаты этой точки к её абсциссе.

Прямая проходит через точку $P(3; 6)$, а для этой точки имеем $\frac{6}{3} = 2$.

Значит, $k = 2$, а потому заданная прямая линия служит графиком линейной функции $y = 2x$.

График линейной функции $y = kx$ обычно строят так: берут точку $(1; k)$ (если $x = 1$, то из равенства $y = kx$ находим, что $y = k$) и проводят прямую через эту точку и начало координат. Впрочем, в случае необходимости точку $(1; k)$ можно заменить другой точкой, более удобной. На рисунке 47 изображены графики линейных функций $y = x$ (прямая l_1), $y = 2x$ (прямая l_2), $y = \frac{1}{3}x$ (прямая l_3 ; здесь не очень удобно брать точку $(1; \frac{1}{3})$, мы взяли точку $(3; 1)$), $y = -2x$ (прямая l_4).

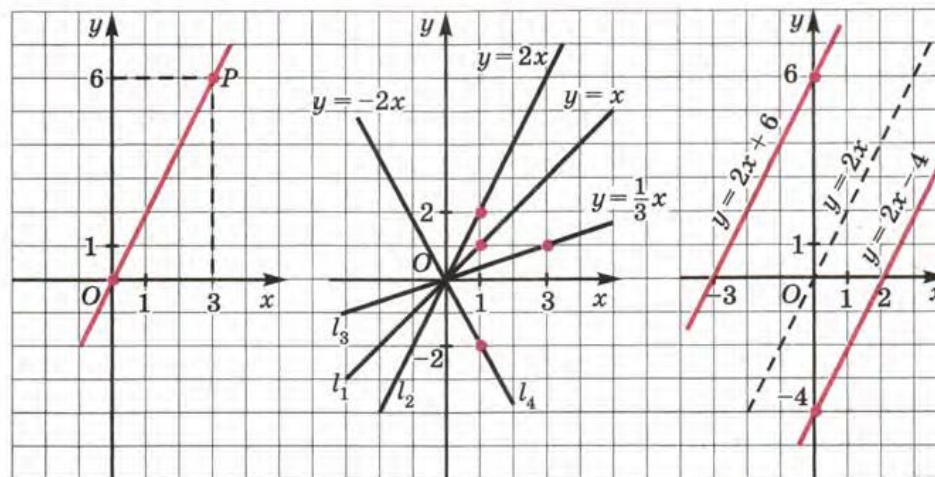


Рис. 46

Рис. 47

Рис. 48

Обратите внимание: от коэффициента k зависит угол, который построенная прямая образует с положительным направлением оси x ; заметим, что этот угол отсчитывают от оси x в направлении против часовой стрелки. Если $k > 0$, то этот угол острый (так обстоит дело на рис. 47 с прямыми l_1, l_2, l_3); если $k < 0$, то этот угол тупой (так обстоит дело на рис. 47 с прямой l_4). Далее, если $k > 0$, то чем больше k , тем больше угол. Так, на рисунке 47 для



угловой
коэффициент

прямой l_3 имеем $k = \frac{1}{3}$, для прямой l_1 имеем $k = 1$,

для прямой l_2 имеем $k = 2$; при увеличении коэффициента k увеличивается и угол между прямой и положительным направлением оси абсцисс. Поэтому коэффициент k в записи $y = kx$ называют **угловым коэффициентом**.

На рисунке 48 изображены графики линейных функций $y = 2x - 4$, $y = 2x + 6$. Оба они параллельны графику линейной функции $y = 2x$, только первая прямая ($y = 2x - 4$) получается из прямой $y = 2x$ сдвигом вниз на 4 единицы масштаба, а вторая прямая ($y = 2x + 6$) получается из прямой $y = 2x$ сдвигом вверх на 6 единиц масштаба.

Справедлив следующий общий результат, который мы оформим в виде теоремы.

Теорема 4.

Прямая, служащая графиком линейной функции $y = kx + t$, параллельна прямой, служащей графиком линейной функции $y = kx$.

Вследствие этого коэффициент k в записи линейной функции $y = kx + t$ также называют *угловым коэффициентом*. Если $k > 0$, то прямая $y = kx + t$ образует с положительным направлением оси x острый угол (см. рис. 45, а), а если $k < 0$, — тупой угол (см. рис. 45, б).

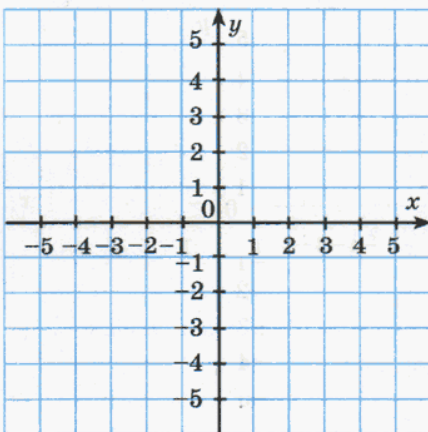
2. Подчеркните те функции, графики которых проходят через начало координат:

$y = -2x$; $y = \frac{2}{x}$; $y = \frac{1}{2}x$; $y = 2x - 7$.

3. Заполните таблицы и постройте графики функций:

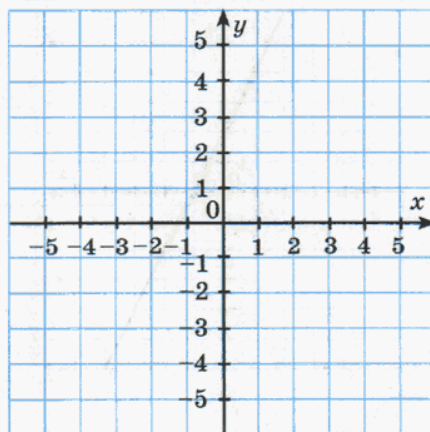
а) $y = 5x$

x		
y		



в) $y = -4x$

x		
y		



1. Продолжите предложение:

- 1) Графиком линейной функции $y = kx$ является _____.
- 2) Коэффициент k у функции $y = kx$ называется _____.
- 3) Угол, который прямая $y = kx$ образует с положительным направлением оси Ox , зависит от _____. Если $k > 0$, то этот угол _____, если $k < 0$, то угол _____.
- 4) Прямая, служащая графиком линейной функции $y = kx + t$ _____ прямой, служащей графиком линейной функции $y = kx$.

4. Заполните таблицу, если y и x связаны соотношением $y = -3x$.

x	0			8	-2	5				1	$\frac{1}{3}$			4	$-\frac{4}{3}$	
y		3	-1				6	$\frac{1}{2}$	-9			12	-15			0

Постройте график функции по двум точкам.

