

Задачи

Отрезки AB и CD пересекаются в середине O отрезка AB , $\angle OAD = \angle OBC$.

а) Докажите, что $\triangle CBO = \triangle DAO$;

б) найдите BC и CO , если $CD = 26$ см, $AD = 15$ см.

На рисунке 53 (с. 31) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.

а) Докажите, что $\triangle ABC = \triangle CDA$;

б) найдите AB и BC , если $AD = 19$ см, $CD = 11$ см.

На биссектрисе угла A взята точка D , а на сторонах этого угла — точки B и C такие, что $\angle ADB = \angle ADC$. Докажите, что $BD = CD$.

По данным рисунка 73 докажите, что $OP = OT$, $\angle P = \angle T$. На рисунке 74 $\angle DAC = \angle DBC$, $AO = BO$. Докажите, что $\angle C = \angle D$ и $AC = BD$.

На рисунке 74 $\angle DAB = \angle CBA$, $\angle CAB = \angle DBA$, $AC = 13$ см. Найдите BD .

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$. На сторонах AB и A_1B_1 отмечены точки D и D_1 так, что $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$. Докажите, что $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$.

Докажите, что в равных треугольниках биссектрисы, проведенные к соответственно равным сторонам, равны.

Отрезки AC и BD пересекаются в середине O отрезка AC , $\angle BCO = \angle DAO$. Докажите, что $\triangle BOA = \triangle DOC$.

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ отрезки CO и C_1O_1 — медианы, $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$ и $\angle C = \angle C_1$. Докажите, что:

а) $\triangle ACO = \triangle A_1C_1O_1$;

б) $\triangle BCO = \triangle B_1C_1O_1$.

В треугольниках DEF и MN $PEF = NP$, $DF = MP$ и $\angle F = \angle P$. Биссектрисы углов E и D пересекаются в точке O , а биссектрисы углов M и N — в точке K . Докажите, что $\angle DOE = \angle MKN$.

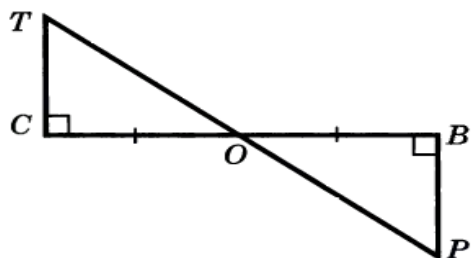


Рис. 73

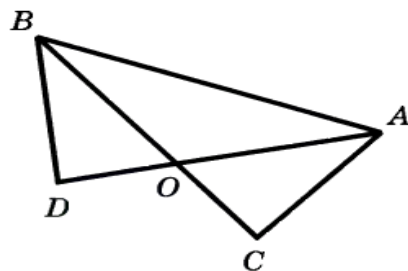


Рис. 74

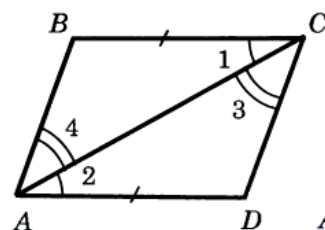


Рис. 53

73

Даны равнобедренные треугольники ABC и MKO с основаниями BC и KO , $AB = MK$. Какое условие достаточно добавить, чтобы данные треугольники были равны:

а) по первому признаку равенства треугольников;

б) по третьему признаку равенства треугольников?

О т в е т .

а) _____

б) _____

74

Даны равнобедренные треугольники ABC и MKO с основаниями BC и KO , $BC = KO$. Какое условие достаточно добавить, чтобы данные треугольники были равны:

а) по второму признаку равенства треугольников;

б) по третьему признаку равенства треугольников?

О т в е т .

а) _____

б) _____

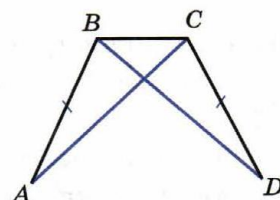
На рисунке $AB = CD$, $AC = BD$. Докажите, что $\angle ACB = \angle DBC$ и $\angle ABD = \angle DCA$.

Доказательство.

1) $\triangle ABC$ и $\triangle DCB$ по _____ сторонам ($AB =$ _____, $AC =$ _____, BC — общая _____). Поэтому

$\angle ACB = \angle DBC$ и $\angle ABC = \angle DCB$.
2) $\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC$,
 $\angle DCA = \angle DCB - \angle DBC$. Поэтому
 $\angle ABD = \angle DCA$.

Итак, $\angle ACB =$ _____ и $\angle ABD =$ _____.



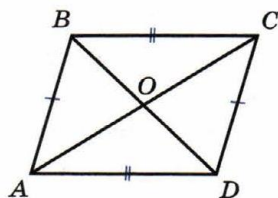
На рисунке $AB = CD$, $BC = AD$. Докажите, что точка O — середина отрезков AC и BD .

Доказательство.

1) $\triangle ABD$ и $\triangle CDB$ по _____ сторонам ($AB =$ _____ и $AD =$ _____ по условию задачи, сторона _____ общая). Поэтому $\angle ABD = \angle CDB$

2) $\triangle ABC = \triangle CDA$ по трем сторонам (_____). Поэтому $\angle BAC = \angle DCA$

3) $\triangle AOB$ и $\triangle COD$ по _____ углам ($\angle AOB = \angle COD$, $\angle BAO = \angle DCO$, $\angle ABO = \angle CDO$). Поэтому $AO = CO$ и $BO = DO$, т. е. точка O — середина отрезков AC и BD .



138 На рисунке 75 $AB = CD$ и $BD = AC$. Докажите, что:
а) $\angle CAD = \angle ADB$; б) $\angle BAC = \angle CDB$.

139 На рисунке 76 $AB = CD$, $AD = BC$, BE — биссектриса угла ABC , а DF — биссектриса угла ADC . Докажите, что:

а) $\angle ABE = \angle CDF$;

б) $\triangle ABE = \triangle CDF$.

140 В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ медианы BM и B_1M_1 равны, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

141 В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ отрезки AD и A_1D_1 — биссектрисы, $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$ и $AD = A_1D_1$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

142 Равнобедренные треугольники ADC и BCD имеют общее основание DC . Прямая AB пересекает отрезок CD в точке O . Докажите, что:

а) $\angle ADB = \angle ACB$;

б) $DO = OC$.

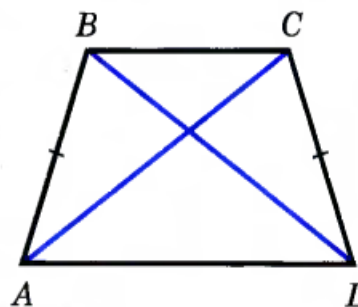


Рис. 75

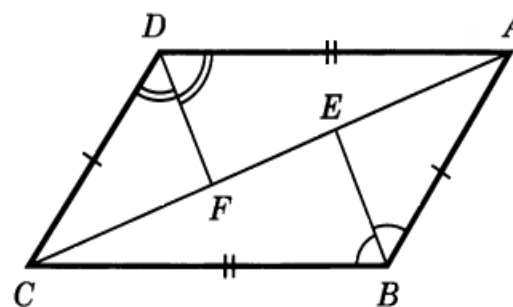


Рис. 76